

5.3 La multiplication et la division de fractions

5

- Pour multiplier des nombres écrits sous la forme de fractions, on doit **multiplier les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble**.

Ex.: 1) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$

2) $4 \times \frac{5}{7} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{1 \times 7} = \frac{20}{7}$

- Calculer la **fraction d'un nombre** se traduit par une multiplication.

Ex.: $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ se traduit par $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$.

- Calculer le **pourcentage d'un nombre** équivaut à calculer la fraction d'un nombre.

Ex.: 1) 21 % de 7 = $\frac{21}{100} \times \frac{7}{1} = \frac{147}{100}$

2) 17 % de $\frac{3}{4}$ = $\frac{17}{100} \times \frac{3}{4} = \frac{51}{400}$

- Lorsqu'on multiplie des fractions, il est souvent préférable de simplifier avant de multiplier afin de travailler avec de plus petits nombres et d'obtenir une réponse déjà simplifiée.

Ex.: $\frac{8}{15} \times \frac{3}{16} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{5}{\cancel{15}} \times \underset{2}{\cancel{16}}} = \frac{1}{10}$

- Une **fraction est l'inverse d'une autre** si leur produit est 1.

Ex.: $\frac{3}{4}$ est l'inverse de $\frac{4}{3}$, car $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$.

- Pour diviser des nombres écrits sous la forme de fractions, on doit **multiplier la première fraction par l'inverse de la seconde**.

Ex.: 1) $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$

2) $\frac{5}{8} \div 4 = \frac{5}{8} \div \frac{4}{1} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$

- Lorsqu'une multiplication ou une division comporte des nombres fractionnaires, il est préférable de les transformer en fractions avant d'effectuer le calcul.

Ex.: 1) $1\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{3} = \frac{7}{4} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{12}$ ou $4\frac{1}{12}$

2) $3\frac{1}{4} \div 1\frac{7}{9} = \frac{13}{4} \div \frac{16}{9} = \frac{13}{4} \times \frac{9}{16} = \frac{117}{64}$ ou $1\frac{53}{64}$

- Le résultat d'une exponentiation dont l'**exposant** est un nombre **négatif** est l'**inverse** du résultat de la même exponentiation dont l'**exposant** est un nombre **positif**.

Ex.: 1) $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

2) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

1 Détermine l'inverse des fractions suivantes.

a) $\frac{3}{7}$ Réponse: $\frac{7}{3}$	b) $1\frac{2}{13} = \frac{15}{13}$ Réponse: $\frac{13}{15}$	c) $\frac{9}{4}$ Réponse: $\frac{4}{9}$	d) $\frac{1}{5}$ Réponse: 5
--	--	--	--------------------------------

2 Effectue les multiplications suivantes. Simplifie avant de multiplier, s'il y a lieu.

a) $\frac{2}{15} \times \frac{10}{1}$ $= \frac{4}{3}$ Réponse:	b) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$ $= \frac{8}{21}$ Réponse:	c) $\frac{3}{100} \times \frac{4}{11}$ $= \frac{3}{25}$ Réponse:	d) $\frac{25}{100} \times \frac{100}{25}$ $= \frac{1}{25}$ Réponse:
--	---	--	---

<p>e) $\frac{21}{5} \times \frac{10}{7}$</p> <p>$= 6$</p>	<p>f) $\frac{3}{5} \times 2\frac{7}{10}$</p> <p>$= \frac{3}{5} \times \frac{27}{10}$</p> <p>$= \frac{81}{50}$</p>	<p>g) $4\frac{3}{8} \times 2\frac{1}{4}$</p> <p>$= \frac{35}{8} \times \frac{9}{4}$</p> <p>$= \frac{315}{32}$</p>	<p>h) $\frac{3}{12} \times \frac{4}{11}$</p> <p>$= 1$</p>
<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>

3 Effectue les divisions suivantes.

<p>a) $\frac{32}{5} \div \frac{8}{1}$</p> <p>$= \frac{32}{5} \times \frac{1}{8}$</p> <p>Réponse : $\frac{4}{5}$</p>	<p>b) $\frac{12}{5} \div \frac{1}{2}$</p> <p>$= \frac{12}{5} \times \frac{2}{1}$</p> <p>Réponse : $\frac{24}{5}$</p>	<p>c) $63\% \div \frac{3}{5}$</p> <p>$= \frac{63}{100} \times \frac{5}{3}$</p> <p>Réponse : $\frac{21}{20}$</p>	<p>d) $\frac{7}{16} \div 28\%$</p> <p>$= \frac{7}{16} \div \frac{28}{100}$</p> <p>$= \frac{1}{16} \times \frac{25}{28}$</p> <p>Réponse : $\frac{25}{16}$</p>
<p>e) $\frac{45}{2} \div \frac{30}{14}$</p> <p>$= \frac{45}{2} \times \frac{14}{30}$</p> <p>Réponse : $\frac{21}{2}$</p>	<p>f) $14\% \div 112\%$</p> <p>$= \frac{14}{100} \div \frac{112}{100}$</p> <p>$= \frac{14}{100} \times \frac{100}{112}$</p> <p>$= \frac{1}{8}$</p> <p>Réponse : $\frac{1}{8}$</p>	<p>g) $\frac{27}{32} \div \frac{3}{4}$</p> <p>$= \frac{27}{32} \times \frac{4}{3}$</p> <p>Réponse : $\frac{9}{8}$</p>	<p>h) $4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{4}$</p> <p>$= \frac{14}{3} \div \frac{21}{4}$</p> <p>$= \frac{14}{3} \times \frac{4}{21}$</p> <p>Réponse : $\frac{8}{9}$</p>
<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>	<p>Réponse :</p>

4 Détermine la valeur des expressions suivantes.

<p>a) 40% de 62</p> <p>$= \frac{40}{100} \times 62$</p> <p>$= \frac{124}{5}$</p> <p>Réponse :</p>	<p>b) 35% de 80</p> <p>$= \frac{35}{100} \times 80$</p> <p>$= 28$</p> <p>Réponse :</p>	<p>c) 12% de 60%</p> <p>$= \frac{12}{100} \times \frac{60}{100}$</p> <p>$= \frac{9}{125}$</p> <p>Réponse :</p>	<p>d) 3% de 210%</p> <p>$= \frac{3}{100} \times \frac{210}{100}$</p> <p>$= \frac{63}{1000}$</p> <p>Réponse :</p>
---	--	--	--

5 Combien de fois la fraction $\frac{1}{4}$ est-elle comprise dans les nombres suivants ?

a) 2 $2 \div \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{1}$	b) $2\frac{3}{4}$ $2\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{11}{4} \times \frac{4}{1}$	c) $\frac{15}{4}$ $\frac{15}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{15}{4} \times \frac{4}{1}$	d) $\frac{133}{2}$ $\frac{133}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{133}{2} \times \frac{4}{1}$
Réponse: 8	Réponse: 11	Réponse: 15	Réponse: 266

6 Calcule la valeur des expressions suivantes.

a) $(\frac{15}{4})^2$ $= \frac{15}{4} \times \frac{15}{4}$	b) $\frac{15^2}{4}$ $= \frac{15 \times 15}{4}$	c) $\frac{15}{4^2}$ $= \frac{15}{4 \times 4}$	d) $\frac{3^{-4}}{1}$ $= (\frac{1}{3})^4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
Réponse: $\frac{225}{16}$	Réponse: $\frac{225}{4}$	Réponse: $\frac{15}{16}$	Réponse: $\frac{1}{81}$
e) $(\frac{4}{15})^{-2}$ $= (\frac{15}{4})^2 = \frac{4}{15} \times \frac{4}{15}$	f) $(\frac{3}{4})^{-1} \times \frac{2}{1}^{-2}$ $= (\frac{4}{3})^1 \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	g) $(\frac{8}{3})^{-2} \times (\frac{7}{4})^{-2}$ $= (\frac{3}{8})^2 \times (\frac{4}{7})^2 = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$	h) $(\frac{5}{2})^{-2} \times (\frac{3}{10})^{-1}$ $= (\frac{2}{5})^2 \times (\frac{10}{3})^1 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{10}{3}$
Réponse: $\frac{16}{225}$	Réponse: $\frac{1}{3}$	Réponse: $\frac{9}{196}$	Réponse: $\frac{8}{15}$

7 Détermine la fraction manquante.

a) $\frac{5}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$	b) $\frac{5}{3} \div \frac{a}{b} = \frac{10}{9}$ $\frac{5}{3} \times \frac{b}{a} = \frac{10}{9}$ On a $b=2$ et $a=3$	c) $12\% \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{4}$ $\frac{12}{100} \times \frac{25}{4} = \frac{3}{4}$
d) $\frac{12}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{18}{35}$	e) $\frac{a}{b} \div \frac{8}{11} = \frac{22}{7}$ $\frac{16}{7} \times \frac{11}{8} = \frac{22}{7}$	f) $120\% \div \frac{a}{b} = \frac{14}{15}$ $\frac{120}{100} \times \frac{b}{a} = \frac{14}{15}$ On a $a=9$ $b=7$

8 Tu as gagné le premier prix à un concours d'art graphique. À toi de choisir le prix le plus intéressant !

- Prix A: les deux tiers de 72 \$.
- Prix B: quatre-vingts pour cent de 65 \$.
- Prix C: les sept cinquièmes de 35 \$.
- Prix D: les deux septièmes de 140 \$.



Prix A: $\frac{2}{3} \times \frac{72}{1} = 48 \$$
 Prix B: $\frac{4}{100} \times \frac{65}{1} = 52 \$$
 Prix C: $\frac{7}{5} \times \frac{35}{1} = 49 \$$
 Prix D: $\frac{2}{7} \times \frac{140}{1} = 40 \$$

Le prix B est le plus intéressant.

- 9 À l'occasion d'un solde, un marchand accorde une réduction de 30 % sur les prix marqués avant d'y ajouter des taxes de 15 %. Combien coûtera un article dont le prix marqué est de 200 \$?

① Prix après le rabais

$$\begin{aligned} & 200 - 30\% \times 200 \\ & = 200 - \frac{30}{100} \times \frac{200}{1} \\ & = 200 - 60 \\ & = 140 \$ \end{aligned}$$

② Prix après les taxes

$$\begin{aligned} & 140 + 15\% \times 140 \\ & = 140 + 10\% \times 140 + 5\% \times 140 \\ & = 140 + 14 + 14 \div 2 \\ & = 140 + 14 + 7 \\ & = 161 \$ \end{aligned}$$

Réponse: L'article coûtera 161 \$.

- 10 Samir décide de remplacer les carreaux de céramique qui couvrent le sol de la cuisine par d'autres de mêmes dimensions. Sur la longueur, il y a 27 carreaux et la moitié d'un autre. Sur la largeur, il y a 18 carreaux et le tiers d'un autre. Combien Samir devra-t-il acheter de carreaux ?



Réponse:



- 11 Raphaël a une petite entreprise de rénovation. Un jour, il lui manque le tiers de son effectif normal, et cette équipe exécute un contrat en 6 h. En supposant que tous les ouvriers travaillent au même rythme, combien de temps aurait-il fallu pour effectuer le même travail si l'effectif normal de Raphaël avait été augmenté du tiers ?

Réponse: