

B.3 Les polygones ayant plus de quatre côtés

GROUPE

DATE

- On peut classer les polygones selon le nombre de côtés qu'ils ont.

Nombre de côtés	Nom
3	Triangle
4	Quadrilatère
5	Pentagone
6	Hexagone
7	Heptagone

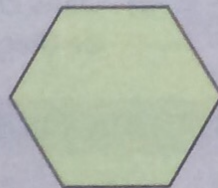
Nombre de côtés	Nom
8	Octogone
9	Ennéagone
10	Décagone
11	Hendécagone
12	Dodécagone



8

- Dans un polygone à n côtés, il y a n angles intérieurs.
- La **somme** des mesures des **angles intérieurs** d'un polygone est :

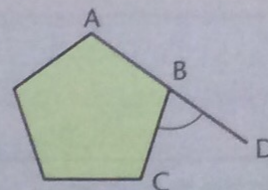
$$S = n \times 180^\circ - 360^\circ \quad \text{ou} \quad S = (n - 2) \times 180^\circ$$
 où n représente le nombre de côtés et S , la somme des mesures des angles intérieurs du polygone.



Ex. : La somme des mesures des angles intérieurs d'un hexagone est :

$$S = 6 \times 180^\circ - 360^\circ = 720^\circ.$$

- Rappel** : Un polygone est convexe si la mesure de chacun de ses angles intérieurs est inférieure à 180° .
- Dans un polygone convexe, un **angle extérieur** en un sommet est formé par un côté du polygone et le prolongement du côté adjacent en ce sommet.



Ex. : L'angle CBD est un angle extérieur, car il est formé par le côté BC et le prolongement BD du côté AB.

- La **somme** des mesures des **angles extérieurs** d'un **polygone convexe** est 360° .

1 À l'aide du tableau au haut de la page, réponds aux questions suivantes.

- a) Le Pentagone est l'édifice qui abrite le secrétariat d'État à la défense et l'état-major des armées des États-Unis à Washington. Combien de côtés cet édifice a-t-il ?

Réponse : 5 côtés

- b) Les pièces de monnaie ne sont pas toutes rondes ! Le dollar canadien est un hendécagone. Combien de côtés a-t-il ?

Réponse : 11 côtés

- c) Dans les années 1970, le groupe québécois Harmonium a enregistré un disque dont le titre était *L'Heptade*. Combien de pièces musicales y a-t-il sur ce disque ?

Réponse : 7 pièces musicales

- d) L'œuvre du philosophe grec Plotin a été publiée sous le titre *Les Ennéades*. Combien de livres différents forment cette œuvre ?

Réponse : 9 livres

- e) Une des compétitions olympiques s'appelle le « décathlon ». Combien d'épreuves sportives le décathlon comporte-t-il ?

Réponse : 10 épreuves

2) Parmi les sommes suivantes, laquelle n'est pas égale aux autres? Justifie ta réponse.

- A La somme des mesures des angles extérieurs d'un triangle. 360°
- B La somme des mesures des angles extérieurs d'un trapèze. 360°
- C La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle. 180°
- D La somme des mesures des angles intérieurs d'un losange. 360°
- E La somme des mesures des angles extérieurs d'un dodécagone. 360°



Réponse: C car la somme est 180° et les autres sont de 360° .

3) a) Dans chaque cas, trace le polygone et toutes ses diagonales, puis indique le nombre de diagonales.

1) Trapèze isocèle	2) Pentagone convexe	3) Hexagone convexe	4) Octogone convexe
Nombre de diagonales:	Nombre de diagonales:	Nombre de diagonales:	Nombre de diagonales:

b) Complète la table de valeurs ci-contre.

Diagonales des polygones

Nombre de côtés	3	4	5	6	7	8
Nombre de diagonales						

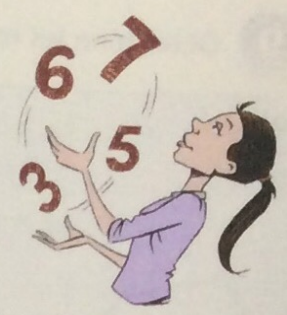
4) Détermine la somme des mesures des angles intérieurs des polygones suivants.

<p>a) Ennéagone $S = (n-2) \cdot 180$ $= (9-2) \cdot 180$ $= 7 \cdot 180$ $= 1260^\circ$</p> <p>Réponse:</p>	<p>b) Décagone $S = (n-2) \cdot 180$ $= (10-2) \cdot 180$ $= 8 \cdot 180$ $= 1440^\circ$</p> <p>Réponse:</p>
<p>c) Hendécagone $S = (n-2) \cdot 180$ $= (11-2) \cdot 180$ $= 9 \cdot 180$ $= 1620^\circ$</p> <p>Réponse:</p>	<p>d) Dodécagone $S = (n-2) \cdot 180$ $= (12-2) \cdot 180$ $= 10 \cdot 180$ $= 1800^\circ$</p> <p>Réponse:</p>

5) Détermine la somme des mesures des angles extérieurs des polygones suivants.

a) Heptagone	b) Octogone	c) Pentagone	d) Polygone à n côtés
Réponse: 360°	Réponse: 360°	Réponse: 360°	Réponse: 360°

6 Lucie aime bien s'amuser avec les nombres. Elle se dit qu'on peut former une suite arithmétique avec les sommes des mesures des angles intérieurs des polygones, en commençant avec le triangle et en poursuivant avec le quadrilatère, le pentagone, l'hexagone, etc. L'intuition de Lucie est-elle justifiée? Si oui, indique la raison et les trois premiers termes de la suite; sinon, explique pourquoi ce n'est pas une suite arithmétique.



Rang	1	2	3	4	...
Terme	180	360	540	720	...

+180

Réponse: Oui, c'est une suite arithmétique dont la raison est 180°. Les trois premiers termes sont 180, 360 et 540.

7 La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone est 3960°. Combien de côtés ce polygone a-t-il?

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{3960}{180} = \frac{(n-2) \cdot 180}{180}$$

$$22 = n-2$$

$$22+2 = n-2+2$$

$$24 = n$$

côtés

Réponse: Ce polygone a 24 côtés.

8 Soit un hexagone à deux angles droits et quatre angles isométriques. Détermine la mesure de chacun de ces quatre angles et trace cet hexagone.

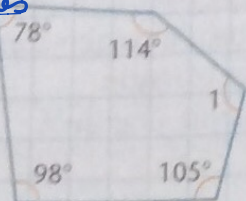
angles

Réponse:

9 Détermine les mesures des angles numérotés de 1 à 5.

a) ① Sommes des mesures des angles intérieurs

$$\begin{aligned} S &= (n-2) \cdot 180 \\ S &= (5-2) \cdot 180 \\ S &= 3 \cdot 180 \\ S &= 540^\circ \end{aligned}$$



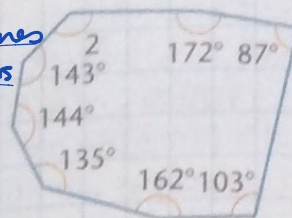
② mesure de l'angle 1

$$\begin{aligned} 540 - (78 + 114 + 105 + 98) \\ = 540 - 395 \\ = 145^\circ \end{aligned}$$

Réponse :

b) ① Sommes des mesures des angles intérieurs

$$\begin{aligned} S &= (n-2) \cdot 180 \\ S &= (8-2) \cdot 180 \\ S &= 6 \cdot 180 \\ S &= 1080^\circ \end{aligned}$$



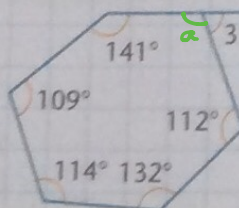
② mesure de l'angle 2

$$\begin{aligned} 1080 - (172 + 87 + 103 + 162 + 135 + 144 + 143) \\ = 1080 - 946 \\ = 134^\circ \end{aligned}$$

Réponse :

c) ① Sommes des mesures des angles intérieurs

$$\begin{aligned} S &= (n-2) \cdot 180 \\ S &= (6-2) \cdot 180 \\ S &= 4 \cdot 180 \\ S &= 720^\circ \end{aligned}$$



② mesure de l'angle a

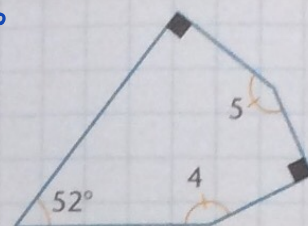
$$\begin{aligned} 720 - (112 + 132 + 114 + 109 + 141) \\ = 720 - 608 \\ = 112^\circ \end{aligned}$$

③ mesure de l'angle 3

$$\begin{aligned} 180 - 112 \\ = 68^\circ \end{aligned}$$

d) ① Sommes des mesures des angles intérieurs

$$\begin{aligned} S &= (n-2) \cdot 180 \\ S &= (5-2) \cdot 180 \\ S &= 3 \cdot 180 \\ S &= 540^\circ \end{aligned}$$



② mesure des angles 4 et 5

$$\begin{aligned} (540 - (52 + 2 \cdot 90)) \div 2 \\ = (540 - (52 + 180)) \div 2 \\ = (540 - 232) \div 2 \\ = 308 \div 2 \\ = 154^\circ \end{aligned}$$

Réponse :

Réponse :

10 Soit un polygone convexe dont chacun des angles intérieurs mesure 179° . Combien de côtés ce polygone a-t-il ?

Réponse :